Matematik ve Doğa

Matematikle doğa arasındaki ilişkiyi kendimce irdelemek istiyorum bu yazımda.

1. Matematik Doğada Var mıdır? Matematiksel kavramlar doğada var mıdır? Olmadığını savunanlar var. Aşağı yukarı şöyle savunuyorlar:

> Doğada matematiksel bir nokta yoktur örneğin. Çünkü matematiksel nokta boyutsuzdur, ne elle tutulabilir ne gözle görülebilir. Kalemi kâğıda dokundurduğumuzda elde ettiğimiz "nokta" boyutludur, matematiksel nokta gibi boyutsuz değildir. Elektronun, üç boyutu ve az da olsa bir ağırlığı vardır. "İşte nokta" diye gösterebileceğimiz bir nesne yoktur doğada. Doğada matematiksel nokta yoktur, olsa olsa çok küçük benekler vardır. "Nokta" kavramı insanların uydurması/yaratısıdır.
>
> Doğada matematiksel anlamda bir doğru da yoktur. Kâğıdın üstüne çizdiğimiz "düz" çizgi hem sonludur, hem düz değildir, hem de birden fazla boyutu vardır. Kalemimiz ne denli ince yazarsa

yazsın, çizdiğimiz her "düz" çizginin belli bir genişliği ve kalınlığı vardır. Oysa matematiksel doğru bir boyutludur, genişliği ve yüksekliği yoktur.

Doğada "sonsuz" da yoktur. Yaşadığımız evren sonludur. Evrendeki molekül, atom, elektron, foton sayıları sonludur. Kimse sonsuza kadar sayamaz, kimse sonsuzu gösteremez, kimse sonsuza gidemez, kimse sonsuzda olduğunu düşünemez. Düşlerimiz bile sonluda yer alır.

Doğada π sayısı da yoktur. Çünkü π sayısı 3,141592653589... diye sonsuza uzayıp giden (uzayıp gitmesi gereken) bir sayıdır. Virgülden sonra gelen sayılar belli bir düzene göre de yinelenmezler. Bu yüzden, yani sonsuz olmadığından doğada π de yoktur. Kimse π'yi tam olarak yazamaz. π'yi, bir çemberin uzunluğunun çapına bölündüğünde (ki tam olarak hesaplanamaz bu uzunluklar) elde edilen sayı olarak tanımlamak, π'nin doğada olduğunu göstermeye yeterli değildir. Çünkü bir çemberi ve çapını hesaplayıp bölme işlemini yaptığımızda, π'yi değil, π'ye yaklaşık bir sayıyı buluruz. Kaldı ki doğada matematiksel anlamda bir çember yoktur! Doğada "işte çember" diye gösterebileceğimiz bir nesne yoktur. Çember matematikçilerin yarattıkları bir kavramdır[1]. Zaten uygulamada hiçbir zaman π gibi gerçel sayılara gereksinmeyiz. 3,14159 = 314159/10000 gibi kesirli sayılar uygulamada yeterlidir. Bu da, π'nin doğada olmadığı savını desteklemez mi?

1 "Dünya yuvarlak değildir. Bir portakal yuvarlak değildir. Bu portakal dilimlerinin içini açın, çekirdeklerinin sayı ve şekil bakımından aynı olmadığını görürsünüz." Renoir [14]

> Doğada π olmadığı gibi, 0,9999999... sayısı da yoktur[2]. Çünkü bu sayıyı yazmak için virgülden sonra sonsuz tane 9 koymalıyız ve ne yazık ki bu iş için yeterince zamanımız yoktur!
>
> Doğada "bir" yoktur. Doğada olsa olsa "bir elma, bir armut" vardır. Ama doğada "bir" yoktur. Hatta doğada "bir elma" bile yoktur. Elmayla elmanın bulunduğu ortam arasındaki sınır tam belli değildir ki! Elmayla, elmanın bulunduğu ortam arasında sürekli molekül alışverişi vardır. Örneğin çürümeye yüz tutan bir elmanın tam ne zaman elmalıktan çıktığını söyleyebilir miyiz?
>
> Her şey değiştiğinden, hiçbir şey olduğu gibi kalmadığından doğada "bir" yoktur. Doğada "bir" olmadığı gibi başka sayı da yoktur. Sayıları insanlar yaratmışlardır.
>
> Ya sıfır? Sıfır var mıdır doğada? Sıfır, olmayan nesne sayısıdır. Olan nesneleri sayamadığımızı yukarda gördük, olmayan nesneleri saymak daha da zor olsa gerek[3]!
>
> Matematiğin en temel kavramları doğada yoktur.

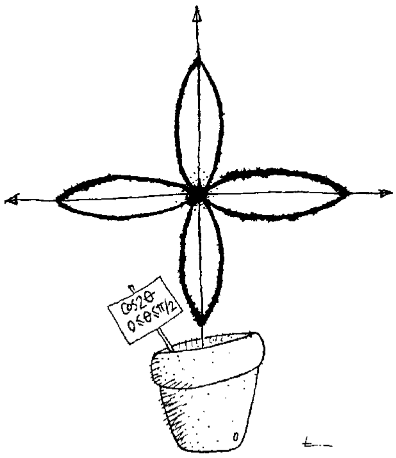
Matematiğin doğada olmadığı herhalde üç aşağı beş yukarı böyle savunulur.

Bu felsefi hatta metafizik düşünceler hafife alınmamalı. Bir örnek daha vererek bu düşüncelerin yabana atılmaması gerektiğini göstereyim. Bildiğimiz uzayda iki nokta ele alalım. Bu iki nokta arasındaki uzay parçasının bir uzunluğu vardır. Diyelim

2 Bu sayı 1'e eşittir.

3 Yoksa daha mı kolay? Evimdeki filleri saymak, evimdeki elmaları saymaktan daha kolay geliyor bana.

1 metre. Bu 1 metreyi ikiye bölebiliriz. Elde ettiğimiz iki yarım metrenin herbirini de ikiye bölebiliriz. Elde ettiğimiz çeyrek metreleri de ikiye bölebiliriz. Kuramsal olarak her sayıyı ikiye bölebileceğimizden, bölme işlemini sonsuza değin yapabiliriz.



Sonsuza değin olmasa bile dilediğimizce bölme işlemini sürdürebiliriz. Böle böle, bir atomun, bir elektronun, adını bilmediğim birçok parçacığın boyutlarından daha küçük bir sayı elde ederiz. Oysa fiziksel uzay durmadan ikiye bölünmez. Uzaklığı dilediğimiz kadar ikiye bölebiliriz, ama fiziksel uzayı dilediğimiz kadar ikiye bölemeyiz. Bir zaman sonra, fizik yasaları, hatta fiziğin kendisi ya da doğa, uzayı ikiye bölmemizi engeller. Demek ki iki nokta arasındaki fiziksel uzayla bu iki nokta arasındaki matematiksel uzaklık aynı şey değildir. Uzaklığı bölebiliyoruz ama uzayı bölemiyoruz. Dolayısıyla matematikle yaşadığımız fiziksel uzay tam bir uzlaşım içinde değildir.[4]

Matematiğin doğada olup olmadığı sorusu, matematiksel kavramların yaratı mı, yoksa keşif mi olduğu sorusuyla içiçedir.

Örneğin Amerika keşfedilmiştir, yaratılmamıştır; güneşin varlığı insanın varlığından bağımsızdır; yerçekimi insandan ve hatta yeryüzünden bağımsız vardır.

İnsan olmasaydı yerçekimi yasası bulunamazdı, ama bundan yerçekiminin olmadığı sonucu çıkmaz, hatta yerçekimi yasasının da insansız varolamayacağı sonucu çıkmaz.

4 Bu konu, bir önceki *Zenon'un Paradoksları* yazısında ele alınmıştır.

Öklid düzlemi, üçgen ve açı gibi geometrik kavramlar, grup, halka ve cisim gibi cebirsel yapılar, iki değerli (doğru ve yanlış değerli) mantık birer keşif midir, yoksa matematikçilerin yaratıları mıdır?

Bir başka deyişle matematik, Amerika anakarası gibi, güneş gibi, yerçekimi gibi, bizim dışımızda var mıdır? Matematiksel kavramların varlıkları da insandan bağımsız mıdır?

Tartışma bizi zorunlu olarak bu sorulara da sürükleyecek.

Matematiğin doğada olup olmadığı sorusunu yanıtlamak için, her şeyden önce doğayı tanımlamalıyız. Doğa ne demektir? Doğa tanımlanmadıkça, matematiğin doğada olup olmadığı sorusu tam anlamı olmayan, ancak sezgiyle kavranabilen bir soru olarak kalacaktır.

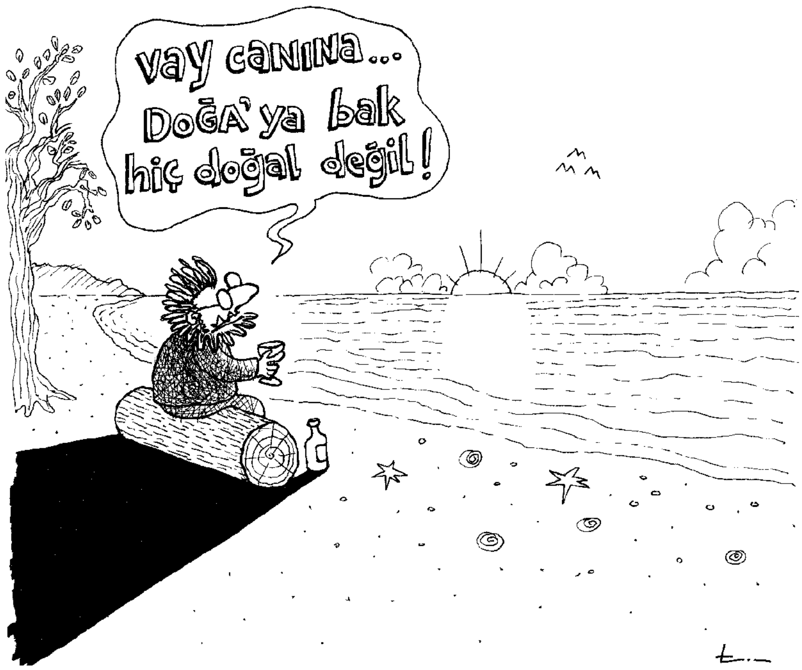
Bu yazıda doğayı tanımlamaya kalkışmayacağım. Çünkü bu yazının amacı doğayı tanımlamak değil, "doğa" kavramına açıklık getirmek. Bu yazıda, matematiğin doğada bulunmadığını savunanların doğa kavramını sorgulayacağım. Bu kavramın daha geniş tutulması gerektiğini, matematiğin doğada olmadığına inananların oldukça basitleştirilmiş ve bence eksik bir doğa kavramına sahip olduklarını ve ne derece soyut olursa olsun, matematiği matematikçinin yaratmadığını ama keşfettiğini, yani matematiğin insandan bağımsız varolduğunu savunacağım.

Her ne denli "doğa" sözcüğünü tanımlamayacaksam da, sözcüğü çok geniş anlamda kullandığımı belirtmeliyim. "Doğa" sözcüğü salt yaşadığımız dünyayı ve yakın çevresini kapsamıyor bu yazıda. Çok daha geniş anlamda kullanıyorum sözcüğü. Belki de "doğa" yerine "evren" ya da "dışdünya" demem daha doğru olurdu.

2. Matematiğin Kaynağı Doğadır. Matematiğin doğada olup olmadığı sorusunu bir yana bırakalım önce. Matematik ve matematiksel kavramlar -doğada veya bir başka yerde- var mıdır? Bu soruyu ele alalım.

Hiç kuşku yok ki matematiksel kavramlar vardır. Matematikçilerin uydurması olarak bile olsa, matematik ve matematiksel kavramlar vardır. "Bir" kavramı, "çember" kavramı, "π" kavramı vardır. Matematiksel kavramlar -doğada olsunlar veya olmasınlar, matematikçilerin yaratısı olarak bile olsa, düşünce olarak bile olsa, soyut düzeyde bile olsa- vardırlar. Matematikçiler bu kavramları tanımlamışlardır. Bundan kuşkumuz yok. Zaten bu kavramlar olmasaydı matematiksel kavramların doğada olup olmadıkları sorusu sorulmazdı bile. Doğruluğu apaçık belli olan bu sözlerde derin bir gerçek aramasın okur, herkesin bildiğini yineliyorum.

Bu varolan kavramlar yoktan mı varolmuştur? Yoktan hiçbir şeyin varolmayacağını biliyoruz (!) En soyut düşünceler bile somuttan kaynaklanır. Matematiksel kavramlar da yoktan varolmamıştır. "Saf düşünce ürünü" diye bir şey yoktur, olamaz. Her düşünce ürünü bizim dışımızdaki gerçeklerden kay-



naklanır. Sanatta olsun, bilimde olsun, felsefede olsun, her soyut düşüncenin, her kavramın ana kaynağı doğadır, evrendir, bizim dışımızdaki dünyadır. Bunun tersini düşünmek yoktan bir şeyin varolabileceğini düşünmek olur.

Her düşünce ürünü gibi matematiğin de kaynağı dış dünyamızdır. Yani matematik dış dünyadan tamamıyla bağımsız değildir. Matematik olmasa bile, en azından matematiğin ana kaynağı matematikçinin dışındadır.

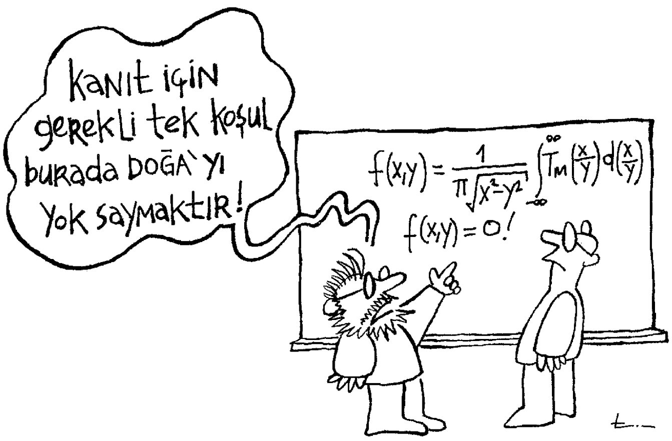
3. Matematik ve Teknoloji. Günümüzün ileri teknolojisine matematik sayesinde eriştiğimiz gözönüne alınınca, matematiğin büsbütün doğadan bağımsız olmadığı da belli oluyor zaten. Matematiğin çok soyut kavramları bile zamanla uygulama alanı bulabiliyor. Bu da, elbette, matematiğin doğayı üç aşağı beş yukarı kavrayabildiğini, betimleyebildiğini, doğanın yasalarını gerçeğe oldukça sadık kalarak kâğıda dökebildiğini gösterir. Demek ki matematik, bir ölçüde bile olsa, doğayı anlamamızı sağlıyor. Doğada "bir" olsun veya olmasın, matematikteki "bir" kavramıyla tansıklar yaratılıyor: Uzaya gidiliyor, gökdelenler dikiliyor, uydular aracılığıyla dünyanın bir köşesiyle ses ve görüntü bağlantısı kuruluyor... Matematik doğanın yasalarını ve mantığını anlamaya çalışan ve bunda da çok başarılı olan bir bilim dalı ve bir uğraştır.

Bu teknolojik gelişmelerin soyut matematikle değil, fizikle, kimyayla, mühendislikle ve uygulamalı matematikle gerçekleştiği ileri sürülebilir. Bu sav hem doğrudur hem yanlış. Bir yandan kuramsal ve soyut matematik en beklenmedik anda uygulama alanı bulabilmektedir, öte yandan gelecekte bile nasıl uygulanacağı bilinmeyen matematiksel araştırmalar yapılmaktadır. Aynı durum kuramsal fizik için de geçerlidir. Kaldı ki, teknolojiye uygulanan fizik, kimya ve mühendislik de ilk önce kâğıt üzerinde yapılıyor, uygulamaya sonra geçiliyor.

Şimdilik şunu aklımızda tutalım: 1) Uygulanan matematik vardır, 2) Bugün uygulama alanı bilinmeyen soyut matematik vardır ve yapılmaktadır, 3) Bugün uygulama alanı bulamayan matematik gelecekte doğrudan ya da dolaylı olarak uygulama alanı bulabilir (bulamayabilir de.)

4. Matematik Doğayı Yorumlar. İkinci bölümde matematiğin kaynağının bizim dışımızdaki dünya olduğunu söyledim. Bu savım yanlış anlaşılmasın: Beynimizin dışdünyayı, bizim dışımızdaki gerçeği yorumlamadığını söylemiyorum. Cézanne'ın elmaları ve manzaraları, Picasso'nun ölüdoğaları (natürmortları) ve çıplakları doğanın aynen resmedilişi değildir, bir yorumdur. Matematik de resim gibi doğayı yorumlar. Örneğin iki nokta arasındaki uzay parçası matematikte bir sayıyla (iki nokta arasındaki uzaklıkla) ifade edilir. Elbette bir sayı ile bir uzay parçası arasında ayrım vardır. Burda bir yorum sözkonusudur.

Bir başka örnek vereyim: beş metre uzunluğunda bir cetvel üzerinde π'nin yerini tam olarak gösteremeyiz. O zaman doğada fiziksel anlamda π sayısının olup olmadığını nerden biliyoruz? π sayısının varlığına inanmak, aslında fiziksel uzunluk kavramının ne olduğunu bildiğini sanmak demek değil midir?



Biraz daha ileri gideyim. Doğada, fiziksel anlamda, 0'dan büyük ama 1/2'den, 1/3'ten, 1/4'ten ve genel olarak her $n > 0$ tamsayısı için $1/n$'den küçük bir sayının olmadığını kabul ediyoruz. Yani, sonsuz küçük sayıların doğada fiziksel anlamda olmadıklarını kabul ediyoruz. Neden? Doğada fiziksel anlamda sonsuz küçük sayıların olmadığı nerden belli? Belki sonsuz küçük sayılar var da biz (sonsuz küçük olduklarından) gözlemleyemiyoruz. Böyle bir olasılık vardır. Hiç kimse bize doğada sonsuz küçük sayıların olmadığına güvence veremez[5].

Demek istediğim, doğadaki uzunlukların bildiğimiz gerçel sayılarla ölçülebileceği varsayımının doğanın bir yorumu olduğudur.

Son bir örnek daha vereyim. Matematikte 3 sayısı {0, 1, 2} kümesi olarak, 2 sayısı {0, 1} kümesi olarak, 1 sayısı {0} kümesi olarak tanımlanır. 0 sayısıysa Ø olarak, yani boşküme olarak tanımlanır. Görüldüğü gibi sayıların matematiksel tanımı bir yorumdur. "Üç"ün bir küme olarak tanımlanması ve hele {0, 1, 2} kümesi olarak tanımlanması için görünürde bir neden yoktur[6].

Demek ki matematik doğayı yorumlar, tam olarak betimlemez. Bu yorum kusursuz bir yorum olmayabilir, ama bir önceki bölümde de savunduğum gibi büsbütün kusurlu da değildir.

5. Modern Matematik Bir Zorunluluktur. Nokta, doğru, çember, π, 1, 2, 3 gibi kavramların doğada bulunduğuna inanan, ancak modern matematiğin doğada bulunduğuna inanmayanlar olabilir. Bu düşünceyi de paylaşmıyorum. Bu bölümde modern matematiğin bir zorunluluk olduğunu savunacağım.

---

5 Matematikte sonsuz küçük sayıların bulunduğu sayı sistemleri de vardır.

6 Modern matematikte her şey bir kümedir. Dolayısıyla "3" de bir küme olarak tanımlanmalıdır. 3'ü, üç öğesi olan bir küme olarak tanımlamak ilk akla gelendir elbet. Üç öğeli birçok küme vardır. 3'ü tanımlamak için bu üç öğeli kümelerden hangisini seçmeliyiz? Tümevarımla 3'ten küçük doğal sayıları tanımladığımızı varsayarsak, {0, 1, 2} kümesi en "doğal" seçimdir.

Modern matematik matematik tarihinden soyutlanarak ele alınırsa, modern matematiğin yapay bir uğraş alanı olduğu kanısına varılabilir. Günümüzün soyut matematiğinin bir zorunluluk olduğunu anlamak için matematik tarihini incelemeliyiz. Çünkü matematiğin her kavramı daha önce tanımlanmış başka kavramlardan kaynaklanır ve bulunan her yeni kavram başka kavramların bulunmasına neden olur. Matematiğin her kavramının bir temeli, bir geçmişi, varoluşunun bir gerekçesi vardır. Hiçbir matematikçi durup dururken yeni bir kavram üretmez. Matematikçilerin tanımladıkları her kavram bir gereksinim sonucudur.

Örneğin, doğru ve çember kavramlarından eğri kavramı, eğri kavramından süreklilik, limit ve türev kavramları, bu kavramlardan sonsuz küçük kavramı, sonsuz küçük kavramından sonsuz büyük kavramı doğar. Sayılar kavramından polinom ve cisim kavramları, bu kavramlardan grup kavramı doğar. Uzaklık kavramından topolojik uzay kavramı, topolojik uzay ve türev kavramlarından çokkatlı (manifold) kavramı doğar.

Bir örnek daha vereyim. Diyelim ilkel bir toplum 20'ye değin saymasını biliyor ve 20'den büyük sayılar için "çok" terimini kullanıyor. Bu ilkel toplumun 21, 22, 23 sayılarını zamanla öğreneceğinden kuşkumuz olmamalı. 20'ye dek sayabilmek belli bir zekânın göstergesidir. 20'ye değin sayabilen bir toplumun 21'i öğrenemeyeceğini düşünemeyiz. Bu ilkel toplum gel zaman git zaman 21'i, 22'yi, 23'ü öğrenecek, hatta "artı 1" kavramına ulaşacaktır. Arkası kendiliğinden gelir. "Artı 1" kavramına ulaşan bir toplum kolaylıkla evrendeki "parçacık" sayısından daha büyük sayılara ulaşır. Oysa evrende böyle bir sayı fiziksel olarak yoktur, ama "artı 1" soyutlaması bu sayıyı "yaratır". Fiziksel olarak evrende bulunmayan bu çok büyük sayılardan "sonsuz" kavramına varmak zor değildir.

Ben gerçekten de "sonsuz" ve "artı 1" soyutlamasına erişmek için 20'ye değin sayabilmenin yeterli olduğuna inanıyorum. 20'ye değin sayabilen toplumların, salt bu kavramları değil, ne derece soyut olursa olsun, her matematiksel kavramı bir zaman sonra bulacağına inanıyorum.

Yukarda, her kavramın bir başka kavramdan doğduğunu söyledim. Biraz daha ileri gideyim: Matematikçi tanımlayacağı kavramları karşısında tanımlanmaya hazır bulur. Dahaca tanımlanmamış kavramlar matematikçinin kâğıtları arasından sırıtır. Bu kavramı görmek matematikçi için bir zaman sorunudur. Örneğin "asal sayı" kavramı tamsayılarla uğraşan herkesin karşısına çıkar. Asal sayı kavramı bir matematikçinin durup dururken birdenbire bulduğu bir kavram değildir. Sayı kavramı asal sayı kavramını içinde taşır. Sayıları anlamak isteyen her akıllı yaratık, asal sayı kavramını bulmak zorundadır.

Her matematiksel kavram daha önce bulunmuş matematiksel kavramlardan **kaçınılmaz** olarak doğar.

Ayrıca, matematiksel kavramlar kendilerini matematiğin salt bir dalında göstermezler. Aynı kavram, birbiriyle ilintisiz gibi görünen birçok araştırmada, birçok matematik dalında ortaya çıkabilir. π sayısı buna güzel bir örnektir. π'nin rastlanmadığı matematiksel konu yok gibidir.

Sonuç olarak, modern matematiğin doğada varolduğunu kanıtlamak için, nokta gibi, doğru gibi, 1, 2, 3 gibi, 0 ve π gibi, sonsuzluk gibi temel matematiksel kavramların doğada varolduklarını kanıtlamam gerekiyor. Matematiğin bu başat kavramlarının doğada varolduklarını kanıtlayabilirsem, bu kavramların zorunlu bir sonucu olan çok soyut matematiksel kavramların da doğada olduklarını kanıtlamış olacağım.

6. Matematik Doğada Vardır. Dördüncü bölümde, matematiğin gözlemlediğimiz doğayı yorumladığını savundum. Şimdi bu yorumun zorunlu olduğunu, bir seçeneğimizin olmadığını savunacağım. Matematik söz konusu olduğunda, doğayı nasıl yorumlamamız gerektiğini doğa kendisi bize söylemektedir. Çeşitli yorumlardan birini seçmek sözkonusu değildir.

Yukardaki, “doğada **bir elma** yoktur” düşüncesini ele alalım. “Doğa” sözcüğü çok kısıtlı bir anlamda anlaşıldığında bu düşünce doğru olabilir. Doğada bir değil, birçok elmanın olduğu ve hatta her elmanın her an değiştiği, elmayla ortam arasındaki sınırın tam olarak bilinemeyeceği savunulabilir. Dolayısıyla, “bir elma” yoktur denilebilir.

Ancak bu doğa anlayışını kabul ettiğimizde, doğa, parçalara ayrılamayan, durmadan değişen, bir türlü gözlemlenemeyen ve kavranamayan, elle tutulmaz, dille anlatılmaz, yazıyla betimlenmez bir bütün olur. Hatta böyle bir doğa anlayışından doğada doğanın kendisinden başka hiçbir şeyin olmadığı sonucu çıkabilir. Eğer doğa gerçekten anlaşılamayan bir bütünse, o zaman bir sorun yok. Ama doğanın hiç de anlaşılamayan bir şey olduğunu sanmıyorum. Barajlarla selleri, paratonerlerle yıldırımları önlüyoruz. Yerçekimini yeterince anlamış olmalıyız ki, uçaklar, jetler, füzeler yapıp yerçekimine karşı gelebiliyoruz.

Dolayısıyla bu doğa anlayışı pek doğru olmamalı. Doğayı anlamak demek, doğanın bütün sırlarına erişmek demek olmamalı. Her ne denli doğa hâlâ daha gizemliyse de, doğayı biraz olsun kavrayabiliyoruz. Matematik, doğayı -yaklaşık olarak bile olsa- anlamamızı sağlıyor. Teknolojik gelişmeler bunun bir kanıtıdır.

Doğa yalnızca gördüklerimiz, duyduklarımız, kokladıklarımız, duyumsadıklarımız değildir. Doğanın bize sezdirdikleri de vardır. Örneğin, matematiksel doğru doğada fiziksel olarak bulunmayabilir, ama doğru düşüncesi (kavramı) doğada vardır ve doğa bize doğru kavramını sezdirtir. Upuzun bir ağaç, denizle gökyüzünü ayıran çizgi, güneş ışınları doğru kavramını fısıldarlar. Bal peteğinin hücreleri matematiksel altıgeni, gece gördüğümüz yıldızlar matematiksel noktayı, ay, güneş ve gezegenler matematiksel çemberi ve küreyi fısıldarlar. Gezegenlerin yörüngesi elipsi ve genel olarak eğriyi fısıldar. Geçen günler, mevsimler ve yıllar, bir ormandaki ağaçlar, bir bitkinin yaprakları, 1, 2, 3 gibi sayı kavramlarını fısıldarlar. Bu fısıltı biz insanlardan bağımsız vardır. Bu fısıltıyı duyabilecek varlık olmasa da fısıltı vardır.

Doğada "işte!" diye gösterebileceğimiz bir "bir" olmayabilir. Ama doğa bize "bir" kavramını fısıldar. Avustralya ve Afrika'nın yerlileri de, Aztekler de, İnkalar da, Batı kültürüyle tanışmamış olmalarına karşın, 1'i, 2'yi 3'ü bulmuşlardır. Demek ki doğanın bu fısıltısını duymak yalnızca bir uygarlığa özgü değildir, her uygarlık bu fısıltıyı duyabilir.

Arı peteğinin her hücresi kusursuz bir altıgen olmayabilir. Ama arı, peteğinin hücresini yaparken hücrenin altıgen olmasına çalışır. Sabun köpüğü mükemmel bir küre olmayabilir, ama sabun köpüğü mükemmel bir küre olmaya çalışır. Sonsuz küçük sayılar fiziksel olarak olsa da olmasa da, bu sayılar doğada düşünce/fısıltı olarak vardırlar, örneğin durmadan küçülen ama hiçbir zaman sıfır olmayan 1/2, 1/3, 1/4, 1/5... dizisi bize sonsuz küçüğü anlatır ya da anlatmaya çalışır.

7. Sonuç. Sonuç olarak, en temel matematiksel kavramların açıklamaya çalıştığım anlamda doğada bulunduğuna inanıyorum. Ve matematiğin en derin, en soyut kavramlarının doğanın bize sunduğu en temel kavramlardan bir zorunluluk sonucu doğduğuna inanıyorum. Ayrıca her kavramın bağrında başka kavramlar barındırdığına inanıyorum.

Matematik, matematikçilerden ve insanlardan bağımsız olarak vardır. Pisagor diküçgenleri yaratmamıştır, keşfetmiştir. Galois, grupları yaratmamıştır, keşfetmiştir. Noether, halkaları yaratmamıştır, keşfetmiştir. Hilbert, Hilbert uzaylarını yaratmamıştır, keşfetmiştir...

Matematiğin evrenselliğine inanıyorum. Kanıma göre matematik, hem insanlardan hem de belli bir kültürden ve uygarlıktan bağımsızdır.

Yanlış anlaşılmak istemem: Askeri amaçlarla yapılan matematiksel araştırmalar matematiğin belli bir dalının erken gelişmesine neden olabilir; Arşimet gibi, Gauss gibi, Newton gibi dehalar kişisel çabalarıyla matematiğin daha çabuk gelişmesini sağlamış olabilirler; hatta, ataerkil bir toplum olmasaydık, günümüzün matematiği biraz daha değişik olabilirdi. Bunları yadsımıyorum. Gene de her düşünen toplumun bugün bildiğimiz matematiği er ya da geç bulacağına (keşfedeceğine) inanıyorum.

Kısacası matematiğin doğada bulunduğuna inanıyorum.

8. Hardy'nin Düşünceleri. Böylesine önemli bir konuda son sözü söylemek bana düşmez. Ünlü matematikçi G. H. Hardy'nin konumuzla ilgili yazdıklarını aktararak bitireyim yazımı[7]:

> Fiziksel gerçekle maddi dünyayı; gecesi gündüzü olan, depremleri olan, ay ve güneş tutulmaları olan dünyayı; fiziksel bilimlerin anlatmaya çalıştığı dünyayı kastediyorum. [...] Benim için ve sanırım çoğu matematikçi için "matematiksel gerçek" diye tanımlayacağım başka bir gerçek vardır. Bu matematiksel gerçeğin niteliği hakkında gerek matematikçiler ge-

7 Bkz. Kaynakça [7].

> rek felsefeciler arasında herhangi bir uzlaşma yoktur. Bazılarına göre "zihinsel"dir ve onu bir bakıma biz yaratırız; diğerleri ise onun bizim dışımızda ve bizden bağımsız olduğu kanısındadır. Matematiksel gerçeğin ne olduğunu, inandırıcı bir şekilde açıklayabilecek bir kimse metafiziğin en zor problemlerinin çoğunu çözmüş olurdu. [...] Benim inancıma göre, matematiksel gerçeklik bizim dışımızdadır; bizim işlevimiz onu bulup çıkarmak ya da gözlemektir; ıspatladığımızı veya tumturaklı sözlerle **yarattığımızı** söylediğimiz teoremler; gözlemlerimizden çıkardığımız sonuçlardan ibarettir. Bu görüş Platon'dan bu yana bir çok ünlü filozof tarafından da benimsenmiştir.

Hardy, aynı kitabın 24'üncü bölümünde matematiksel gerçeklikle fiziksel gerçekliği karşılaştırıyor:

> [...] matematiksel objeler [nesneler], çok daha göründükleri gibidirler. Bir iskemle veya bir yıldız hiç de göründüğü gibi değildir; üzerlerinde ne kadar çok düşünürsek, görüntüleri de, duyularımızdan kaynaklanan bir sis içinde, o ölçüde netliğini kaybeder, bulanıklaşır. Buna karşılık, "2" veya "317"nin duyularla ilişkisi yoktur; yakından incelediğimiz ölçüde özellikleri daha da berraklaşır. [...] pür matematik, tüm idealizmin çarpıp battığı bir kayadır. 317 bir asaldır; biz öyle düşünüyoruz diye, veya kafa yapımız şu ya da bu şekilde olduğu için değil; **çünkü öyledir**, çünkü matematiksel gerçeğin yapısı bu.