

Birinci Sınıflara Haftasonu Sınavı

1. Her k doğal sayısı için $10^k > k$ eşitsizliğini kanıtlayın.
2. Her $i = 1, 2, \dots, n-1$ için, $\frac{1}{i(n-i)} \leq \frac{1}{n-1}$ eşitsizliğini kanıtlayın.
3. Her $n > 1$ tamsayısı için, $\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{i(n-i)} \leq 1$ eşitsizliğini kanıtlayın.
4. $A = \{x^2 + y^2 : x, y \in \mathbb{N}\}$ olsun. A kümesinin çarpma altında kapalı olduğunu kanıtlayın.
5. $B = \{x^2 + y^2 : x, y \in \mathbb{Q}\} \setminus \{0\}$ olsun. B kümesinin çarpma ve bölme altında kapalı olduğunu kanıtlayın.
6. Eğer $s \geq 0$ bir gerçel sayıysa, her n doğal sayısı için $(1+s)^n \geq 1+ns$ eşitsizliğini kanıtlayın.
7. Hangi s gerçel sayıları, her $n \in \mathbb{N}$ için $(1-s)^n \geq 1 - ns + n(n-1)s^2/2$ eşitsizliğini sağlar?
8. Her $n \geq 1$ doğal sayısı için,
$$1/1^2 + 1/2^2 + \dots + 1/n^2 \leq 2 - 1/n$$
eşitsizliğini kanıtlayın.
9. A hangi sayı olursa olsun,
$$1/1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n > A$$
eşitsizliğini sağlayan bir n doğal sayısının varlığını kanıtlayın.
10. Her $n \geq 1$ tamsayısı için, $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} < 3$ eşitsizliğini kanıtlayın. Hangi a sayıları için,
$$\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} < a$$
 eşitsizliğini kanıtlayabilirsiniz?