# Tuhaf Bir Buluşma

Olasılık kuramı ilkokullarda bile okutulabilecek kerte basit ve zevklidir. ABD'de kimi okullarda 9 yaşındaki çocuklara bile okutuluyor olasılık kuramı. Basit olasılık kuramını anlamak ve bundan zevk almak için kesirli sayılarla dört işlemi yapabilmek yeterlidir. Başka bir şeye gerek yoktur. Ha, birkaç zar ve biraz bozuk para da gerekebilir. Bu kadarcık gereçle sınıflarda harikalar yaratılabilir.

Hatta, kesirli sayıları çocuklara anlatmak için olasılık kuramı araç olarak da kullanılabilir. Örneğin sınıfta öğrenciler harıl harıl yazı-tura atabilirler ve böylece "%50" kavramını çok rahat kavrayabilirler, yani 1/2 sayısını kendi kendilerine keşfedebilirler. Ya da zar atarlar ve 1/3, 1/6 gibi kesirli sayılara ulaşırlar. Olasılık kuramını çocuklara anlatmak için ne güzel oyunlar oynanabilir sınıfta.

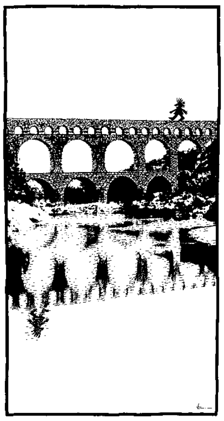
İlk ve ortaokullarda sonlu olasılık kuramı okutulabilir ancak. Nedir sonlu olasılık kuramı? Sonlu olasılık kuramında "olay" sayısı sonludur. Örneğin bir kez yazı-tura atıldığında iki olay vardır: "yazı" olayı ve "tura" olayı. Bir kez zar atıldığındaysa altı olay vardır. İki kez zar atıldığında 21 olay vardır (36 değil, çünkü, örneğin, 2-1 ve 1-2 aynı olaylardır.) Genellikle yazı-tura ve zar oyunları sonlu olasılık kuramına girer, çünkü olay sayısı sonludur.

Üç kez yazı–tura atıldığında tam iki kez yazı gelme olasılığı 3/8'dir örneğin, çünkü sekiz olay vardır:

YYT •
YTY •
YTT
TYY •
TYT
TTY
TTT

ve herbirinin gerçekleşme olasılığı aynıdır ve bunlardan üçünde tam iki tane yazı (Y) vardır. Bu, kolaylıkla bir ilkokul çocuğuna anlatılabilir.

Bir de sonsuz olasılık kuramı vardır. Örneğin, "rastgele bir doğal sayının çift olma olasılığı kaçtır?" sorusu sonsuz olasılık kuramına girer, çünkü bu soruda olay kümesi doğal sayılardır ve sonsuz tane doğal sayı vardır. Sorunun yanıtı 1/2'dir elbet, çünkü herkesin bildiği gibi doğal sayıların "yarısı" çift, "yarısı" tektir. Her ne denli bu soru basitse de(!), sonsuz olasılık kuramında çok zor (ama zor olduğu kadar da eğlenceli) sorular da vardır. İşte o güzel sorulardan biri:

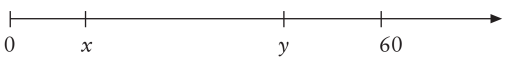


*İki arkadaş Taksim Meydanı'nda buluşmaya karar verirler. Her ikisi de saat* 12*'yle* 13 *arasında herhangi bir anda Taksim Meydanı'na gelecekler, on beş dakika bekleyip gideceklerdir. Bu on beş dakika süresince birbirlerine rastlarlarsa ne âlâ, yoksa buluşamayacaklardır. İki arkadaş, yüzde kaç olasılıkla buluşacaklardır?*

Bu, bir olasılık sorusudur elbet, ama sonlu değil sonsuz olasılık sorusudur, çünkü saat 12'yle 13 arasında sonsuz tane an vardır (en azından öyle kabul edilir.)

Sorunun yanıtını okumadan önce önsezinizi ve sağduyunuzu bir sınavdan geçirin, bir tahminde bulunun. Hiç hesap yapmadan, yanıtı aşağı yukarı bulmaya çalışın. Bakalım önseziniz ve sağduyunuz ne kerte güçlü. Benimkiler pek güçlü değilmiş, tahminimde çok yanılmışım.

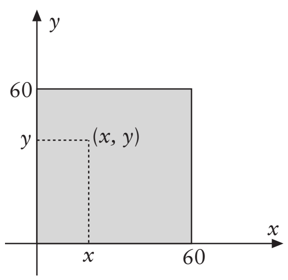
İki arkadaş saat 12'yle 13 arası rastgele bir saatte gelecekler. Bu zaman süresini 60 santimetrelik bir doğru parçasıyla gösterelim. Her santimetre 1 dakikayı simgeler elbet. Bu doğ-




runun üstünde rastgele iki nokta seçeceğiz. Birinci nokta birinci kişinin geldiği saati gösterecek, ikinci nokta ikinci kişinin geldiği saati.

Eğer iki nokta arasındaki uzaklık 15'ten küçükse, iki arkadaş buluşacaklardır, yoksa buluşamayacaklardır. Daha matematiksel bir deyişle, $x$ birinci, $y$ ikincinin koordinatıysa, $|x - y| \leq 15$ olduğunda iki arkadaş buluşabilirler, yoksa buluşamazlar.

60 santimetre uzunluğundaki bir doğru parçasının üstünde iki nokta seçeceğimize, her kenarı 60 santimetre olan bir karenin içinde bir nokta seçelim. Aynı şeyi yapmış oluruz. Karenin içinde seçilen noktanın birinci koordinatı birincinin geldiği saati, ikinci koordinatıysa ikincinin geldiği saati belirler. İşte karemiz ve bu karenin içinde rastgele seçilen bir nokta:




Rastgele seçilen noktanın koordinatlarına $(x, y)$ dersek, $x$ birincinin, $y$ ise ikincinin Taksim'e gelme saatidir.

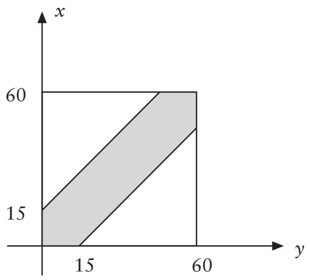
Yukardaki kareden rastgele bir nokta seçmek demek, o kareye rastgele bir taş atıp taşın değdiği noktayı seçmek demektir.

Eğer “birinci” Taksim’e daha erken gelirse, yani $x \leq y$ ise, ancak $y - x \leq 15$ olduğunda iki arkadaş buluşabilirler.

Eğer “ikinci” Taksim’e daha erken gelirse, yani $y \leq x$ ise, ancak $x - y \leq 15$ olduğunda iki arkadaş buluşabilirler.

Bir başka deyişle, ancak $-15 \leq x - y \leq 15$ olduğunda iki arkadaş buluşabilirler.

Demek ki, iki arkadaşın buluşabilmeleri için, rastgele atılan taşın aşağıdaki gri bölgeye değmesi gerekmektedir.




(Yandaki şekildeki iki yamuk doğru parçası, yukardan aşağıya doğru, $x - y = -15$ ve $x - y = 15$ denklemlerinin grafının karenin içindeki parçalarıdır.)

Karenin içine rastgele atılan bir taşın, gri bölgeye rastgelme olasılığı nedir? O gri bölge alanınının, karenin alanına bölümüdür elbette. Karenin alanının $60^2$, yani 3600 olduğunu biliyoruz.

Gri bölgenin alanını hesaplayacağımıza, geri kalan, yani beyaz alanı hesaplayalım. Beyaz alan iki üçgenden oluşmuştur. Bu iki üçgenin birleşimi de her kenarı 45 olan bir karedir. Demek ki beyaz alan $45^2$, yani 2025’tir. Dolayısıyla gri alan $60^2 - 45^2$’dir. Hesaplayalım: $60^2 - 45^2 = 3600 - 2025 = 1575$.

Demek ki, rastgele atılan bir taşın beyaz alana rastgelmesinin olasılığı 1575/3600’dür, yani 7/16’dır, bir başka deyişle yüzde 43,75’tir. Yüzde elliden pek uzak sayılmaz. Şaşılası bir sonuç değil mi?

**İkinci Soru:** Peki ya iki arkadaş 15 dakika yerine 20 dakika beklemiş olsalardı, yüzde kaç olasılıkla buluşurlardı? Yukarda yaptığımız gibi hesaplarsak,

$$(60^2 - 40^2)/60^2 = 5/9 = 0.555$$

buluruz, yani %55’ten fazla.

**Son soru:** İki arkadaşın karşılaşma olasılığı tam yüzde elli olması için birbirlerini kaç dakika beklemeleri gerekir? Bulmak istediğimiz sayıya $x$ dersek, denklemimizi,

$$[60^2 - (60 - x)^2]/60^2 = 1/2$$

olarak yazarız. Bu denklemi çözüp kolaylıkla, $x = 60 - 60/\sqrt{2} \approx 17{,}75$ buluruz. Demek ki iki arkadaşın birbirlerini bu kadar dakika (17 dakika 45 saniye aşağı yukarı) bekleyip buluşmaları yazı-tura atmaya eşdeğer.