

Sonsuz Toplamlar

Aşağıdaki sonsuz toplam sonlu mu, sonsuz mu?
 $1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + 1/5^2 + \dots$

Sonsuz tane sayıyı topladığımızda sonuç her zaman sonsuz olmayabilir. Örneğin bu sonsuz toplam sonlu bir sayıdır. Hangi sayı olduğunu birazdan söyleyeceğim.

Sonsuz toplamı bulmadan önce sonlu toplamaları bulalım.

$$1/1^2 = 1$$

$$1/1^2 + 1/2^2 = 1,25$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 = 1,361111\dots$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 = 1,423611\dots$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + 1/5^2 = 1,463611\dots$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + 1/5^2 + 1/6^2 = 1,491389\dots$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + 1/5^2 + 1/6^2 + 1/7^2 = 1,511797\dots$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + 1/5^2 + 1/6^2 + 1/7^2 + 1/8^2 = 1,527422\dots$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + 1/5^2 + 1/6^2 + 1/7^2 + 1/8^2 + 1/9^2 = 1,539768\dots$$

$$1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + 1/5^2 + 1/6^2 + 1/7^2 + 1/8^2 + 1/9^2 + 1/10^2 = 1,549768\dots$$

Toplamlar gittikçe büyüyorlar. Doğru. Ama bu, sonsuz toplamın sonsuz olacağı anlamına gelmez. Örneğin, 0,9, 0,99, 0,999, 0,9999, ... sayıları da durmadan büyürler, ama 1'i hiçbir zaman geçemezler¹.

1 Bu dizi sonsuzda 1 olur. Bir başka deyişle, $9/10 + 9/10^2 + 9/10^3 + \dots$ sonsuz toplamı, yani 0,9999.... sayısı 1'e eşittir.

O gün ve daha sonraki günler birçok formül bulduk. Sabahdan akşama formül buluyorduk.

O gittikten sonra da formüller bulmaya devam ettim. Kendime bir defter alıp bulduklarımı yazdım. Çocukça şeyler buluyordum elbet, ama olsun, çok hoşuma gidiyordu.

O delikanlı bana çok şey öğretti. Kimbilir nerelerde şimdi, ne yapıyor? Adı bile kalmamış belleğimde. Kendisine yüzyüze teşekkür etmek isterdim.

Sonradan eklenmiş not: Bu delikanlının adı Murat Aygen'di. Yıllar sonra tekrar tanıştık. Beni unutmuştu. Ben de anımsatmadım kendimi kendisine nedense. Teşekkür edemedim beni bu güzel dünyayla tanıştırdığı için. Belki bu yazıyı okur.