Sayılar ve İmgelem Gücü

İlk insanların sayıları bulması kolay olmamıştır kuşkusuz. Bulunan ilk nicelik kavramları "az" ve "çok" olmalı. Daha sonra 'iki'yi bulmuş olmalılar. "Bir" sayısı, "iki" bulunduktan sonra bulunabilir ancak. "İki" bulunmamışsa "bir"in gerekliliğini kavranamaz. En azından bana öyle geliyor.

Yazının daha bulunmadığı eski çağlara geri dönüp insanlık tarihinde sayıların nasıl bulunduğunu, sayı saymanın hangi evrelerden geçtiğini bilemeyiz. O günlerden bugüne bir ipucu kalmasına olanak yoktur. Ama yakın geçmişte gözlenebilen ilkel kabilelerin sayı kavramlarını incelenebilir. Yani, tarih yerine etnografi adı verilen bilim dalına kayılabilir.

Çocuklarını sayabilen, ancak başka nesneleri sayamayan ilkel kabilelere rastlanmıştır. Avustralyalı bir kabilenin yerlileri ancak üçe kadar sayabilirken, dokuz çocuğa kadar sayabiliyorlardı. Şu yöntemi kullanıyorlardı: Her aile ilk çocuğuna hep aynı adı veriyordu. İkinci, üçüncü çocuklarına da... Böylece, aile bireyleri akşam toplandığında, anababa çocuklarını "saymadan" hepsinin orada olup olmadığını anlayabiliyordu.

Çocuklara verilen adlar şöyleydi[1]:

1 Kaynakça [5]'ten alınmıştır. [5]'in kaynakçası da Kaynakça [11]'dir. Bu yazıdaki etnografik bilgilerin bir bölümü Kaynakça [5] kaynaklıdır.

	Erkek çocuğun adı:	**Kız çocuğun adı:**
Birinci Çocuk	Kertameru	Kertanya
İkinci Çocuk	Warritiya	Warriarto
Üçüncü Çocuk	Kudnutya	Kudnarto
Dördüncü Çocuk	Monaitya	Monarto
Beşinci Çocuk	Milaitya	Milarto
Altıncı Çocuk	Marrutya	Marruarto
Yedinci Çocuk	Wangutya	Wangwarto
Sekizinci Çocuk	Ngarlaitya	Ngarlarto
Dokuzuncu Çocuk	Pouarna	Pouarna

Bugün, çoğu çocuk sayı kavramının bilincine varmadan saymaya başlar. Küçük çocuklar, ona kadar saymasını ezbere bilebilirler, ama beş elmayı saymayı beceremeyebilirler.

Kendi dillerinde ancak dörde kadar sayabilen Paraguay'da yaşayan bir kabileye, İspanyol işgalciler İspanyolca saymasını öğretmişler. Ancak kabile üyeleri nesneleri sayarken o denli yanılıyorlarmış ki saymanın ne demek olduğunu bildikleri pek söylenemezmiş. Daha da ilginci, bu aynı kabilenin üyeleri, dörde kadar bile saymayı beceremezken, sürülerinden bir hayvan kaybolduğunda yaygarayı koparıyorlarmış.

Buna benzer ilginç örnekler çoktur. Örneğin, her türlü nesneyi en az ona kadar sayabilen, ancak bu sayma işlemini saydığı nesnelere dokunmadan yapamayan kabileler de vardır. Ya sayarken bir yandan da vücudunun çeşitli yerlerine dokunmak zorunluluğunu duyan kabilelere ne denir? Ona kadar saymak için, genellikle sol elin baş parmağından başlayarak sağ elin küçük parmağına kadar birer birer dokunurlar. Ondan büyük sayılar için ayak parmakları kullanılır. Bu kabilelerden daha da ilkelleri ilk beş sayıdan sonra bileklerini, dirseklerini, omuzlarına dokunurlar. "Çok sayısı" için saçlarını gösteren kabileler de biliniyor.

Bu örneklerden şu çıkıyor: sayıları nesnelerden soyutlamak pek kolay olmamıştır. "Bir elma, iki elma"dan, "bir, iki"ye geçiş küçümsenmeyecek bir soyutlama gücü gerektirir.

Altıdan yukarı sayamayan aritmetiği zayıf bir başka kabilenin reisliğine en fazla hayvanı olan kişiyi getirirlermiş. Hayvanları nasıl sayarlardı diye merak ediyor insan. Kimin daha fazla hayvanı olduğunu bulmak için saymaya gerek yoktur ki! Hayvanları karşılaştırmak yeterlidir. İki adayın hayvanları yanyana iki ağıla konur, sonra ağıllardan hayvanlar birer birer çıkarılır. Ağılı ilk boşalan seçimi kaybeder.

Bir başka kabilenin insanları, ancak "bir, iki, çok" diye sayabilirken, tek sayıları çift sayılardan ayırdedebiliyorlarmış. Sabah, çoban koyunlarını ağıldan ikişer ikişer çıkarırmış. En sona bir koyun kalırsa tek sayıda koyuna, iki koyun kalırsa çift sayıda koyuna sahip olduğunu anlarmış. Akşam koyunlara ağıla gene aynı yöntemle sokarmış. Örneğin sabah çift sayıda koyunla evden çıkıp akşama tek sayıda koyunla eve dönerse koyunlarının kaybolduğunu anlarmış. Bu yöntemle, sürüden çift sayıda koyunun eksildiği anlaşılamaz elbet. Bu çobanın sürüsüne her gün bir koyun eklesek, çoban koyunlarım kayboluyor diye kahrolur herhalde...

Demek istediğim, atalarımızın sayıları bulana dek çok çektikleridir. Romalılar bile, sayıları bilmelerine karşın, rakamları işlemlere öylesine elverişsizdi ki, matematikte hiçbir ilerleme gösteremediler. Romen rakamlarıyla bir toplama yapmaya kalkın, ne demek istediğimi hemen anlarsınız. Nerdeyse toplamın sonucu önceden bilinmeli ki işlem yapılabilsin.

En zor bulunan sayı sıfır sayısıdır. Olmayan nesneleri saymak insanın aklına kolay kolay gelmez. Sıfır bulunduktan sonra bile insanlar sıfırın hakkını tam olarak verememişlerdir. Şimdi bizim için sorun olmayan 108 sayısı, yakın zamana değin atalarımız için bir baş ağrısıydı. Sıfırı, 1 ile 8 sayısı arasına koymayı uzun süre akıl edemediklerinden sıfırın yerini boş bırakırlardı. Dolayısıyla 18, 108 ve 1008 arasındaki farkı anlamak zor olurdu.

Bugün bütün sayıları biliyoruz. Sayılarla öylesine haşır neşiriz ki, yeni sayılar imgeleyebiliriz rahatlıkla. Birazdan yeni sayılar bulacağız. Bu yeni sayıları öylesine rahatlıkla bulacağız ki, atalarımızın çektikleri zorluklarla karşılaştırınca, soyutlama ve imgeleme yolunda insanlığın aldığı yol daha iyi anlaşılacak.

Başlayalım saymaya: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... Hiç durmadan saymayı sürdürürsek sayıların sonunu getiremeyiz. Sayıların sonu yoktur. Sayıların sonu yoktur ama öyle bir sayı düşünelim ki bildiğimiz bütün sayılardan daha büyük olsun (ve bildiğiniz bütün sayılardan büyük sayıların en küçüğü olsun). Bu pek öyle zor değil. O sayıya bir ad vermek yeterli. ω (yani "omega") olsun yeni sayımızın adı. ω sayısı bildiğimiz bütün sayılardan daha büyük. 5 binden, 10 binden, 100 binden, milyondan, milyardan, bildiğimiz her sayıdan daha büyük bu ω sayısı. ω, bir bakıma, sonsuz bir sayı. Bildiğimiz sonlu sayılardan daha büyük bir sayı.

ω sayısını bulduk, belki de yarattık. Bence bulduk, bir başkası ω'nın gerçek varlığına inanmayabilir. Neyse... ω'dan sonra ne gelir? ω + 1 gelir elbet! Daha sonra da ω + 2, ω + 3, ω + 4,... Şimdiye değin bulduğumuz sayıları yazalım:

0, 1, 2, 3, 4,... ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4,...

Nasıl 0, 1, 2, 3, 4,... sonlu sayılarından sonra ω'ya toslamışsak, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4,... sayılarından sonra da ω+ω sayısına toslarız. Bu sayıyı 2ω olarak kısaltalım. 2ω sayısından sonra, 2ω+1, 2ω+2, 2ω+3, 2ω+4,... sayıları gelir. Ya bu sayılardan sonra? 2ω+ω gelir elbet. Bu sayıyı da 3ω olarak kısaltabiliriz. Bu böyle sürer. Yavaş yavaş 4ω, 5ω da bulunur. Bulduğumuz sayıları bir kez daha altalta yazalım:

0	1	2	3	4	...
ω	ω+1	ω+2	ω+3	ω+4	...
2ω	2ω+1	2ω+2	2ω+3	2ω+4	...
3ω	3ω+1	3ω+2	3ω+3	3ω+4	...
4ω	4ω+1	4ω+2	4ω+3	4ω+4	...

ω, 2ω, 3ω, 4ω sayılarından sonra saymayı biliyoruz. Sağına +1, +2, ... koymak yetiyor. Bu ω'nın "katları" olan ω, 2ω, 3ω, 4ω... sayılarından sonra, ω'nın hangi katı gelir? Nasıl 1, 2, 3, 4,... sayılarından sonra ω geliyorsa, ω, 2ω, 3ω, 4ω,... gibi ω'nın çarpımlarından sonra $\omega\omega$ gelir. Bu son $\omega\omega$ sayısını ω^2 olarak kısaltalım. ω^2'den sonra ω^2+1 geldiğini artık biliyoruz. Daha sonra da ω^2+2, ω^2+3, ω^2+4, ... gelir. Arkasından $\omega^2 + \omega$. Sonra $\omega^2+\omega+1$, $\omega^2+\omega+2$, $\omega^2+\omega+3$, ... Ta ki $\omega^2+2\omega$'ya gelene dek. Okur sürdürebilir saymayı. $\omega^2+3\omega$'ya varacaktır ister istemez. Sonra $\omega^2+4\omega$'ya. Saya saya $\omega^2+\omega^2$'ye, yani $2\omega^2$'ye gelecektir. Bir zaman sonra $3\omega^2$, $4\omega^2$ yolumuzun üstüne çıkacaktır. Gide gide $\omega\omega^2$'ye varırız. Bu sayıya ω^3 diyelim.

ω, ω^2, ω^3,... Derken ω^ω gelir. Bir zaman sonra $(\omega^\omega)^2$, $(\omega^\omega)^3$, $(\omega^\omega)^4$, $(\omega^\omega)^5$ sayılarına rastlarız. Bunları $(\omega^\omega)^\omega$, yani ω^{ω^2} izler. Kimse durdurmadığına göre sürdürelim saymayı. ω^{ω^3}, ω^{ω^4} sayılarına varmamızı kimse engelleyemez, dolayısıyla ω^{ω^ω} sayısına da varırız. Sonra$\omega^{\omega^{\omega^\omega}}$, daha sonra $\omega^{\omega^{\omega^{\omega^\omega}}}$, gelir. Bu böyle sürer ve ω'lardan bir kule elde ederiz:

$$\omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\omega}}}}}$$

Bu sayıya ε adını verelim. Bundan sonrası pek o kadar kolay değildir. Çünkü $\omega^\varepsilon = \varepsilon$ eşitliği geçerlidir. Burada duralım.