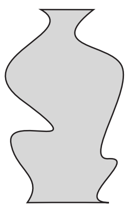
Sekiz Problem

1. Suyu Bölmek I

Bir testideki 8 litre su biri 5 litrelik biri de 3 litrelik iki şişe kullanılarak 4'er litrelik iki eşit bölüme nasıl ayrılabilir?

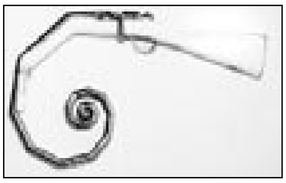


2. Suyu Bölmek II

Şekilde görülen camdan yamru yumru vazonun içi su doludur. Vazonun ağzı bir kapakla kapatılabilmektedir. Yalnızca işaret koymak için bir kalem kullanarak vazonun içindeki su miktarını yarıya indirebilir misiniz?

3. Avcının Derdi

Tüfeği ile trene binmek isteyen bir avcının tüfeğini yanına almasına izin verilmeyince, o da tüfeğini trenin bagaj vagonuna bırakmaya karar verir. Ancak bu kez de tüfeğin boyu bir sorun yaratır. Çünkü bagaja kabul edilecek eşyanın en büyük boyutu-



nun en çok 1 m olması gerekmektedir; oysa tüfeğin boyu 1,7 m'dir. Sonunda avcı bu sorunu halleder. Nasıl bir çözüm bulur avcı? (Hayır, rüşvet vermez.)

4. Erler

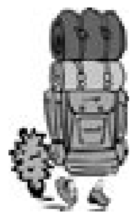
200 er her birinde 20 kişi olan 10 sıra halinde dizilsin; yani 10 sırası ve 20 kolu olan bir "tertip" oluştursun. Şimdi her sıranın en uzun boylu erini seçelim ve bu (uzun) 10 er arasından da en kısa boylu olanını ayıralım. Bu kişiye "uzunların kısası" diyelim. Şimdi erler tertipteki yerlerine dönsün. Biz bu kez her kolun en kısa boylu erini seçelim ve bu (kısa) 20 er arasından da en uzun boylu olanı ayıralım. Bu kişiye de "kısaların uzunu" diyelim. Hangisi daha uzundur? "Uzunların kısası" mı yoksa "kısaların uzunu" mu?

5. Yirmi Tencere

Dış görünüşleri ve büyüklükleri aynı olan 20 tencereden bazıları alüminyumdan, bazıları ise daha ağır bir metal olan duralüminyumdan yapılmıştır. Kefeli terazide en fazla 11 tartı yaparak alüminyumdan yapılmış olan tencere sayısını nasıl bulabiliriz?

6. Yoksul Gezgin

7 halkalı altın bir zincirinden başka hiçbir varlığı olmayan bir gezgin hergün için zincirinden bir halka ödemek koşuluyla bir hana kabul edilir. Gezgin oda ücretini günlük ödeyecek, ancak borcundan fazla zincir parçası verdiği takdirde ödemesinin "üstünü" daha önce ödediği halkalar cinsinden alabilecektir. Bu durumda gezgin zinciri en az kaç parçaya bölmek zorundadır ve her bir zincir parçasında kaç halka bırakmalıdır?



7. **Mektupla Satranç**

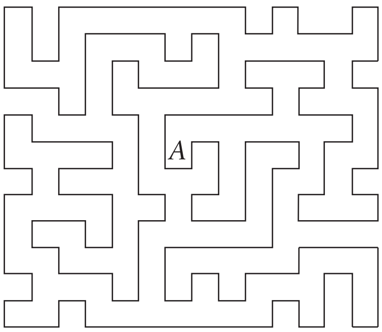
Birbirinden uzakta oturan kişiler hamlelerini birbirine mektupla yollayarak satranç oynayabilirler. Bu oldukça sık başvurulan bir karşılaşma şeklidir. Hatta bu şekilde satrançcılar aralarında turnuva bile düzenleyebilirler. Turnuvada bir karşılaşmada rakibinizi yenerseniz 1 puan, berabere kalırsanız 1/2 puan kazanırsınız.

İşte böyle turnuvalardan birine katılan uluslararası usta Zeki Hin'in iki maçı daha kalmıştır. Eğer bu iki maç sonunda en az 1 puan elde ederse turnuvanın birincisi olacaktır. Ancak Zeki Hin bu son iki maçında iki büyük usta ile karşılaşmak durumundadır. Bu nedenle ihtiyacı olan bu 1 puanı elde edebilmesi oldukça zor görünmektedir.

"İsmiyle müsemma" olan ustamız karşılaşmalardan birinde beyaz diğerinde ise siyah taşlarla oynayacağını bilmektedir. Zeki Bey sonunda kendisine bu iki maçtan mutlaka 1 puan kazandıracak yöntemi bulur. Zeki Hin nasıl oynar bu zor iki maçı?

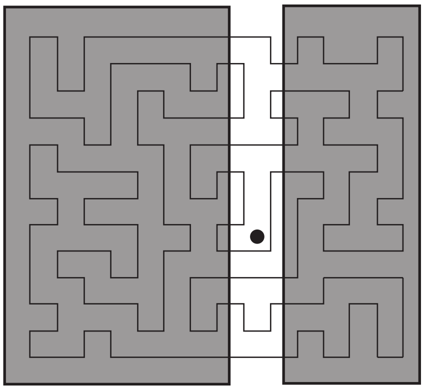
8. **İçerde mi Dışarda mı?**

Aşağıdaki labirent tek bir kapalı çizgiden oluşmaktadır.



a. A noktasına hiçbir çizginin üstünden geçmeden dışardan ulaşılabilir mi?

b. Labirentin sol ve sağ yanları yandaki gibi birer kâğıt şeritle kapatılsa ve kapatılan yerler görülmese, labirentin içinde-



ki herhangi bir noktaya hiçbir çizginin üstünden geçmeden dışardan ulaşılıp ulaşılamayacağı sorusu yanıtlanabilir mi?

YANITLAR

1. Suyu Bölmek I. Aşağıdaki çizelge çözüm için izlenebilecek yollardan birini göstermektedir.

		Her boşaltma işleminden sonra kaplardaki su miktarı							
Kap	İlk Durum	1	2	3	4	5	6	7	8
Testi	8	5	5	2	2	7	7	4	4
5 lt. şişe	0	0	3	3	5	0	1	1	4
3 lt. şişe	0	3	0	3	1	1	0	3	0

2. Suyu Bölmek II. Önce vazonun yarısını göz kararı ile boşaltır, vazo içindeki su düzeyini bir işaretle belirleriz. Sonra vazonun ağzını kapatır, vazoyu başaşağı getiririz. Eğer vazo gerçekten yarıya kadar suyla doluysa bu işlemden sonra işaretimiz gene su düzeyinin hizasında olacaktır. Çünkü eğer vazo yarıya kadar doluysa, vazo içindeki suyla dolu hacimle boş hacim birbirine eşit olacağından, işaretin altındaki hacimle üstündeki hacim aynı olacaktır. Eğer vazo içindeki su yarıdan az ise, vazo başaşağı edildiği zaman işaret su düzeyinden daha yüksekte, yarıdan çok ise daha alçakta olacaktır. Bu durumda vazoya ya su ekleyerek ya da vazodan su atarak su düzeyini değiştirir, yeni düzeyi işaretler ve yukarıdaki yöntemi, su düzeyi ile işaret bir hizada kalıncaya dek yineleriz.

3. Avcının Derdi. Avcı bir ayrıtı 1 m olan bir küp yaptırır ve tüfeğini büyük köşegen boyunca küpün içine yerleştirir (bir ayrıtı 1 m olan küpün büyük köşegeni $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ m'dir).

4. Erler. Eğer kısaların uzunu (*KU*) ile uzunların kısasa (*UK*) aynı sırada iseler *UK*, *KU*'dan daha uzundur. Çünkü *UK* tanım gereği o sıranın en uzunudur. Eğer *KU* ile *UK* aynı kolda iseler, gene *UK*, *KU*'dan daha uzundur çünkü tanım gereği *KU* o kolun en kısa kişisidir. Şimdi *KU* ile *UK* aynı sırada ya da aynı kolda olmasın. *UK* ile aynı sırada ve *KU* ile aynı kolda olan ere *M* diyelim. *M*, *KU*'dan uzun, *UK*'dan kısadır (neden?). Şu halde gene *UK*, *KU*'dan uzundur.

5. Yirmi Tencere. Birinci tartıda terazinin kefelerine birer tencere konur. Bu tartının iki sonucu olabilir:

a. Kefelerden biri ağır basar. Bu durumda tencerelerden biri alüminyum, öbürü duralüminyumdur. Şimdi bu iki tencereyi kefelerden birine koyarız. Geri kalan tencereleri de ikişer ikişer bu iki tencereyle tartarız. Her tartı sonunda bu tartılan tencerelerin kefesi ağır basıyorsa tencerelerin ikisi de duralüminyumdan, hafif kalıyorsa ikisi de alüminyumdan, yok eğer ki kefe dengede ise tencerelerden biri alüminyumdan, diğeri duralüminyumdan yapılmıştır. Böylece 10 tartıda alüminyum tencere sayısını buluruz.

b. Kefeler dengede kalır. Bu durumda ya iki tencere de alüminyumdan ya da her ikisi de duralüminyumdan yapılmıştır.

Gene bu iki tencereyi terazinin kefelerinden birine koyar, geri kalan tencereleri ikişer ikişer bu iki test tenceresi ile tartmaya başlarız. Şimdi bu 9 çift tencereden ilk "k" çiftin test tencereleri ile aynı ağırlıkta olduğunu ve (k + 1)'inci çiftin farklı ağırlıkta olduğunu varsayalım. Hatta açıklamamızı kolaylaştırsın diye (k + 1)'inci çiftin test çiftinden daha ağır olduğunu varsayalım. Daha hafif olma durumu da benzer şekilde ele alınabilir.

Bu durumda ilk çift ve ondan sonra gelen "k" çift alüminyumdan yapılmıştır. Böylece (k + 2) tartıda (k + 1) çift tencerenin alüminyum olduğunu bulduk. (k + 3) üncü tartıda ağır gelen iki tencereden birini bir kefeye ötekini de öbür kefeye koyarız. Terazi dengede kalırsa iki tencere de duralüminyumdan, bir kefe ağır basarsa ağır basan kefedeki tencere duralüminyumdan, kefedeki de alüminyumdan yapılmıştır. Böylece (k + 3)'üncü tartı sonunda biri alüminyumdan öteki de duralüminyumdan yapılmış bir tencere çifti oluşturabiliriz. Bu çifti şimdi terazinin bir kefesine koyarak geriye kalan tartılmamış 10 – (k + 2) çift tencere içindeki alüminyum tencere sayısını da ilk bölümdeki yöntemle 10 – (k + 2) tartıda buluruz. Şu halde yapmamız gereken toplam tartı sayısı (k + 3) + [10 – (k + 2)] = 11'dir.

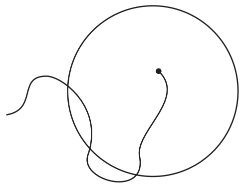
6. Yoksul Gezgin. Zincir, sırasıyla, 1, 2 ve 4 halkası olan 3 parçaya bölünmelidir. Gezgin birinci günün ücretini tek halkayla öder. İkinci gün 2 halkalık parçayı verir, tek halkayı geri alır. Üçüncü gün tek halkayı tekrar hancıya verir. Dördüncü gün 4 halkalık parçayı verir ve 2 halkalık parçayla tek halkayı geri alır. Beşinci günün ücretini gene tek halkayla öder. Altıncı gün iki halkalık parçayı verir tek halkayı geri alır. Sonunda yedinci günün ücretini de o tek halkayla öder.

Eğer bu parçalama işlemi zincir halkaları kesilerek yapılacaksa yalnız 1 halkanın kesilmesiyle zincir yukarıdaki özelliği sağlayan üç parçaya ayrılabilir. Bu halka hangi halkadır?

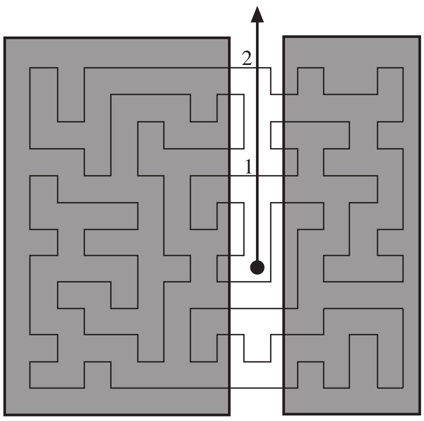
7. Mektupla Satranç. Zeki Hin beyaz taşlarla oynayan rakibinin hamlelerini siyah taşlarla oynayan rakibine, bu ikincinin hamlelerini de geriye beyaz taşlarla oynayan rakibine postalar. Dolayısıyla gerçekte iki rakibinin birbiriyle karşılaşmasına aracılık eder. Sonunda rakiplerden biri ötekini yener ya da berabere kalırlar. Ancak her iki durumda da Zeki Hin komisyonculuk ücreti 1 puanı alır.

8. İçerde mi Dışarda mı?

a. Evet. Sağ taraftaki açıklıktan girilerek *A* noktasına kolayca ulaşılabilir.



b. Evet. Çünkü tek bir kapalı çizgiden oluşan herhangi bir şekil topolojik bakımdan bir çemberle (ya da bir kareyle ya da bir elipsle) aynıdır. Soruyu yanıtlamak için verilen noktaya dışardan çizilecek herhangi bir çizginin labirenti oluşturan çizgiyi tek sayıda mı yoksa çift sayıda mı kestiğine bakılır. Sayı tekse dışardan o noktaya labirenti kesmeden ulaşılamaz. Sayı çiftse ulaşılabilir.



Ok labirenti çift sayıda kestiği için noktayla labirentin dışını birleştiren bir yol vardır.

Yıldırım Gibi Çarpmak

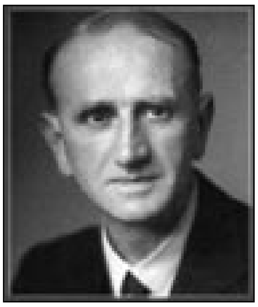
Matematik tarihi binlerce büyük matematikçinin yanısıra dâhi hesaplayıcılar adını vereceğim hesap akrobatlarının adlarıyla da doludur. Bu kişiler olanaksız gibi görünen aritmetik işlemlerini çok kısa bir zamanda akıldan hesabetmekle ünlüydüler.

Akıldan hızlı hesap yapabilme yeteneğiyle genel yetenek düzeyi arasındaki ilişki sanıldığı kadar yakın görünmüyor. Paranın üstünü hesabetmekten aciz büyük matematikçilerin yanısıra başka zihin etkinliklerinde hiç de dâhi sayamayacağımız dâhi hesaplayıcılar da var.

Dâhi hesaplayıcılar özellikle 19'uncu yüzyılın başından itibaren Avrupa, İngiltere ve Amerika'da ortaya çıktılar. Çoğu bu mesleğe çocuk yaşta başladı. Bir çoğu yöntemlerini anlatan kitaplar yazdı, ama gene de önemli bir bölümü gizlerini açıklamadı. Hatta belki bu işi nasıl yaptıklarını kendileri de bilmiyorlardı.


Zerah 8 yaşında. Henry Meyer'in gravürü

Zerah Colburn (1804-1840), okuma yazma öğrenmeden önce çarpım tablosunu öğrendi. Sekiz yaşında İngiltere'de gösteri turnelerine çıkmaya başladı. Herhangi iki 4 basamaklı sayıyı anında çarpabilen Colburn'un 5 basamaklı sayıları çarpabilmesi için biraz düşünmesi gerekiyordu. Bir gösteri sırasında kendisine çarpmak üzere 21.734 ile 543 sayıları verildiğinde çarpımı anında söylemişti: 11.801.562. Nasıl yaptığı sorulunca da 543'ün 3 ile 181'in çarpımı olduğunu, dolayısıyla büyük sayıyı önce 3'le sonra da 181'le çarptığını söylemişti!


Alexander Aitken
(1895-1967)

Başka bir dâhi hesaplayıcı, aynı zamanda bir matematik profesörü olan Alexander Aitken'di. Aitken bir gün İskoç matematikçi Thomas O'Beirne ile birlikte mekanik hesap makinaları sergisine gider. Makinalardan birinin başında duran sergici-tezgahtar: "Şimdi 23.586 ile 71.283'ü çarpacağız" der demez, Aitken, "ve tabii 1.681.280.838 bulacaksınız" diye cevap verir. O'Beirne, "sonuç doğru çıkınca orada bana da, sergi müdürüne de inme iniyordu" diyor.

Peki, dâhi hesaplayıcı gibi görünmek için ille gerçekten dâhi hesaplayıcı olmak gerekli mi? Hayır. Olanaksız gibi görünen bazı numaraları öğrenmek ve bu yeteneğiyle arkadaşlarını hayrete düşürmek isteyen okurun sarfetmesi gereken çaba gerçekten çok az. Örneğin işe aşağıdaki çarpma gösterisiyle başlayabilirsiniz. Arkadaşınıza size 3 rakamlı herhangi bir sayı vermesini söyleyin[1], 782 sayısının verildiğini varsayalım. Sayıyı karatahtaya ya da kâğıda yan yana iki kez yazın.

782 782

İkinci bir 3 rakamlı sayı isteyin. Bu sayıyı da soldaki sayının altına çarpan olarak yazın. Şimdi sağdaki sayıyı çarpmak için üçüncü bir sayıya gereksinmeniz var. Bu sayı soldaki sayının çarpanının 9'a tümleri olmalıdır. Yani karşılıklı olarak bu sayı-

1 Gösterinin yapılabilmesi için sayının 3 rakamlı olması şart değil. Ancak 3'e sınırlamak karşınızdakinin sonucu kolayca kontrol etmesini sağlar.

nın basamakları ile soldaki çarpanın basamaklarının toplamı hep 9 etmelidir. Örneğin soldaki çarpan 423 ise sağdaki çarpan 576 olmalıdır:

782	782
423	576

Şüphesiz bunu arkadaşınız bilmemeli. Bunu sağlamak için arkadaşınız 423'ü verdikten sonra "Eh şimdi de ben bir sayı yazayım" deyip 576'yı yazabilirsiniz. Eğer gösteriyi bir gruba yapıyorsanız, doğru sayıyı önceden anlaştığınız bir gizli ortağa da söyletebilirsiniz. (Gösteri biraz Kadıköy vapurunda leke ilacı satmaya benzemeye başladı ya, neyse.)

Şimdi her iki çarpmayı da akıldan yapacağınızı, sonuçları akıldan toplayacağınızı ve toplamı yazacağınızı açıklayın. İki çarpımın toplamını bir çırpıda şöyle bulun: Çarpılan sayıdan 1 çıkarın ve bu sayının sağına 9'a tümlerini iliştirin. Yukarıdaki örnekte 782 eksi 1 eşit 781. Bu sayının 9'a tümleri 218. Şu halde sonuç 781.218'dir.

İki çarpımın toplamının neden bu denli kolayca hesaplanabileceğini hemen gösterebiliriz:

$$782 \times 423 + 782 \times 576 = 782 \times 999$$
$$= 782 \times (1000 - 1) = 782.000 - 782$$
$$= 781.000 + 1000 - 782$$

Fakat 1000 – 782 sayısı 781'in 9'a tümleridir. Böylece 781.218 elde ederiz.

Bir başka "yıldırım gibi çarpma" gösterisi, çarpanlardan birinin hiç de öyle görünmediği halde çok özel bir sayı olmasından yararlanır. Bu sayılardan biri 143'tür. Gene arkadaşınızdan 3 rakamlı bir sayı istedikten sonra, siz de sanki gelişigüzel bir sayı yazıyormuşcasına bu sayının altına sihirli sayı 143'ü yazın ve hemen ardından arkadaşınızın sayısıyla 143'ün çarpımını soldan sağa doğru yazmaya başlayın. Sonucu elde etmek için yapacağınız, arkadaşınızın sayısını, yanına kendisinden bir tane daha iliştirilmiş 6 rakamlı bir sayı gibi düşünüp, bu sayıyı 7'ye böl-